

期望效用

本讲为开学第一课的内容, 主要作热身之用. 我们不会引入很多新概念, 绝大多数概念你都应该在之前的微观经济学和博弈论中学过.

教师默认你熟悉以下知识:

- 离散型概率分布,
- 离散型随机变量的期望,
- 确定情形下的偏好理论.

不确定情形下的决策

我们将研究张三在**不确定情形**下的决策问题.

- 一般称张三为**决策者** (DM, Decision Maker)
- 这里的张三是一个泛指. 有时, 他是一个学生或投资者; 有时, 他也可以是一个企业或国家.

在信息不确定性时, 张三的每个决策所导致的结果是随机的, 而非确定的.

- 是否应该购买英伟达公司的股票? 如果选择购买, 其投资回报是不确定的.
- 是否应该努力学习信息经济学? 如果选择学习, 其回报也是不确定的, 并且在这门课上的 (过度) 投入会挤出你学习其它课程或睡觉的时间.

我们需要有一个模型来描述张三在面对不确定性时如何做出选择.

- 主流理论: **期望效用模型**

市场中的不确定性

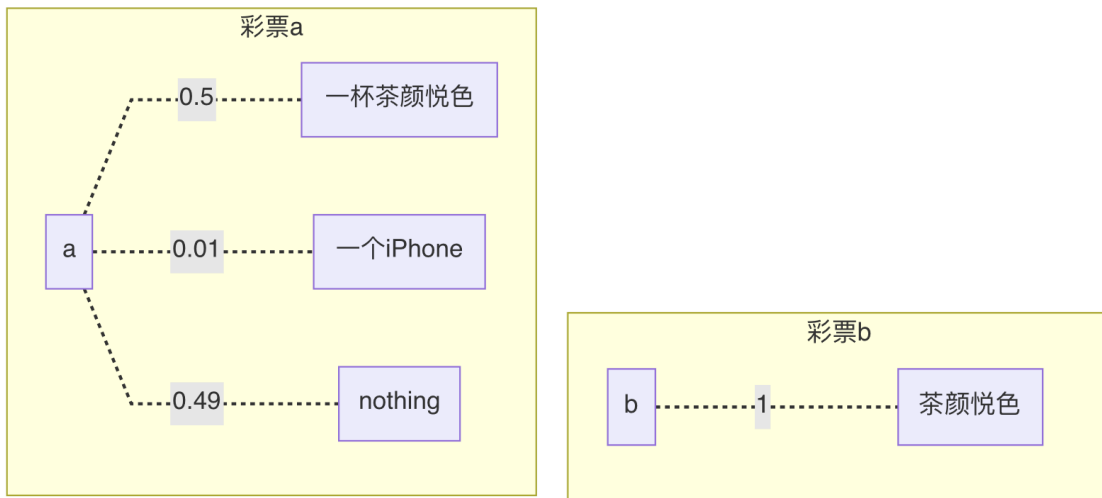
- 俄罗斯 2022 年 2 月入侵乌克兰, 当天全球股票市场开盘跌 3.5%
- 然而, 当天收盘时却涨了 0.4% (我买的一支场内交易基金甚至涨了 3.8%)

问: 我们该如何描述这种**不确定性**?

答: 使用概率的工具来描述

- 方法一: 直接将不确定性描述为所有可能结果的概率分布

经济学中, 一般把这种概率分布称为**彩票** (lottery), 我们可以用**树形图**来表示彩票, 下面是两个关于彩票的图例.



另一种表示彩票的记号:

- 彩票 $a = (0.5 \circ \text{茶颜悦色}, 0.01 \circ \text{iPhone}, 0.49 \circ \text{nothing})$
- 彩票 $b = (1 \circ \text{茶颜悦色})$

客观概率

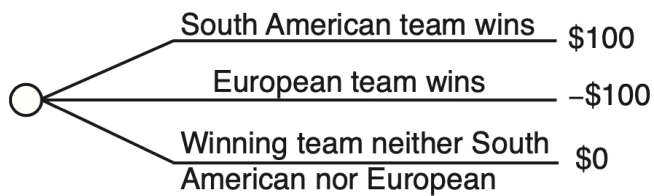
我们前面使用的方法一, 适合用来描述客观概率的情形.

彩票 = 所有可能结果上的概率分布

- 比如投掷一枚公平硬币: $1/2$ 概率正面朝上获得一元, $1/2$ 概率反面朝上亏损一元.
 - 这个概率是“客观”的, 绝大多数人都会同意这个概率分布
- 但是, 几乎所有涉及到真实市场的信息不确定, 都不能用**客观**概率描述
 - 例: 俄罗斯入侵乌克兰后, 当天股票市场大盘变动的概率分布是?

主观概率模型: 最终收益由状态 (state) 决定

- 例: 考虑如下关于下届世界杯冠军的赌局



问: 我们如何给每个分支结果分配一个概率?

- 没有统一答案.

- 现实中关于足球比赛的赌局很多. 这类赌局之所以存在, 就是因为人们对哪支球队能获胜持不同判断.

对于这类“主观概率”情形, 我们一般建立如下模型:

Step 1: 确定所有可能状态构成的集合

- 对于前面的世界杯彩票的例子, 它的**状态空间**是:
 $\{ \text{巴西夺冠}, \text{德国夺冠}, \dots, \text{新西兰夺冠} \}$

Step 2: 将赌局描述为**状态空间到最终收益**的映射

- 西班牙夺冠 $\mapsto -\$100$, 法国夺冠 $\mapsto -\$100, \dots$
- 巴西夺冠 $\mapsto +\$100$, 阿根廷夺冠 $\mapsto +\$100, \dots$
- 喀麦隆夺冠 $\mapsto \$0$, 澳洲夺冠 $\mapsto \$0$, 日本夺冠 $\mapsto \$0, \dots$

Step 3: 给状态空间中的每一个状态赋予一个**主观概率**

- $p(\text{巴西夺冠}) = p(\text{西班牙}) = 0.1$
- $p(\text{日本夺冠}) = 0.02$, $p(\text{中国夺冠}) = 0$
- ...

当你完成上述三个步骤后, 最后也可以得到一个描述赌局的彩票 p :

- 例: $p = (0.5 \circ -\$100, 0.45 \circ \$100, 0.05 \circ \$0)$. 这里的概率仅表示张三的判断, 你很可能和张三的判断不一致.

状态空间和信念

上述步骤中, 最复杂的应该是第一步和第三步.

- 第一步需要确定**状态空间** Ω , 即所有可能状态构成的集合.
 - 状态空间包括**所有**会影响最终收益的信息.
- 第三步需要确定状态空间上的概率分布
 - 这里的概率是**主观概率**, 因为不同的决策者很可能持有不同的信念.
 - 尽管我们无法观测到每个人脑海中的真实想法, 但我们可以观测到具体行动. 现实的赌局中, 有人会买西班牙队夺冠, 有人会买阿根廷夺冠, 这说明他们决策模型中的主观概率不同.

期望效用模型

无论是主观还是客观概率, 我们最后都会用期望效用 (expected utility) 模型来描述张三的决策.

1. 张三给彩票的每个可能**结果**赋予一个**数**
 - 这个数代表这个结果对于他的 (主观) **效用**
2. 张三对彩票的所有可能结果进行概率评估 (objective or subjective), 然后计算彩票的**期望效用**
 - 期望效用 = 将每个结果的效用按概率加权求和
3. 张三选择期望效用最高的彩票 (若期望效用最高的彩票不唯一, 选择其中任何一张彩票对张三而言都是最优的, 张三也可以在这些最优的彩票之间随机)

小结

本讲简单介绍了期望效用模型. 张三在期望效用模型下的具体决策流程如下:

1. 确定自己关于确定性结果的的效用函数 u ;
 - 如果该情形涉及到主观概率, 张三还要确定状态空间和状态的概率分布 p ;
2. 计算期望效用, 并选择期望效用最高的彩票

绝大多数经济学模型中, 参与人的决策行为都符合我们上面描述的期望效用模型. 这时, 期望效用模型是否“合理”就成了一个关键问题. 我们之后介绍的 vNM 公理化模型, 为客观概率下期望效用模型的合理性提供了依据. 对于主观概率的情况, 一般用 Savage 公理化模型来论证其合理性. Savage 模型的描述有点复杂, 本课程略过不谈, 你们将来如果要读研究生应该会专门学习 Savage 模型.

很多经济学入门书中, 常常会提到我们模型中的参与人都是“理性”的. 随着你对经济学学习的逐渐深入, 你会越来越少接触到“理性的”或“理性人”这种模糊的说法.

- 我希望同学们在这门课中, 不要使用“理性人”这个外行词. 你需要明确说明张三在不确定情形下的具体决策流程, 比如期望效用模型. 如果这个模型的结果与现实或实验结果不一致, 你应该反思张三的决策环节和我们的模型假设, 找出可能存在的问题.
- 如果你对这个问题感兴趣, 甚至可以进一步思考如何推广我们的决策模型, 使其与现实观察相符; 而不是直接懒惰地给出最终结论: 张三是不理性的.

练习: Ellsberg 悖论

这个练习的目的在于介绍 Ellsberg 悖论, 它是经济学中最著名的实验 (之一). 本练习包含四小问, 前三问只要看懂题目即可作答, 不需要用到任何经济学专业知识.

实验设计如下: 有两个密封的盒子, 分别记作 A 和 B. 已知

- 盒子 A 中装有 100 个红球和 100 个黄球
- 盒子 B 中装有 200 个红球和黄球 (红, 黄球数量不确定)

比较如下两个赌局:

- 赌局 1: 从盒子 A 中随机抽一个球, 若抽到红球, 奖 100; 否则无奖励
- 赌局 2: 从盒子 B 中随机抽一个球, 若抽到红球, 奖 100; 否则无奖励

第一问: 你更愿意参加赌局 1 还是赌局 2, 或者无差异?

再比较如下两个赌局

- 赌局 3: 从盒子 A 中随机抽一个球, 若抽到黄球, 奖 100; 否则无奖励
- 赌局 4: 从盒子 B 中随机抽一个球, 若抽到黄球, 奖 100; 否则无奖励

第二问: 你更愿意参加赌局 3 还是赌局 4, 或者无差异?

在真实的经济学实验中, 绝大多数人都**同时**认为

- 赌局 1 严格优于赌局 2,
- 赌局 3 严格优于赌局 4.

第三问: 解释实验结果, 即为什么大多数人会认为赌局 1 优于赌局 2, 而赌局 3 优于赌局 4. (注: 你不需要给出专业的“心理学”解释, 试着代入没有学过期望效用模型的普通人视角回答即可.)

第四问: 实验结果可以由期望效用模型解释么?