

## 作业一附加题

本题为附加题, 正确回答的同学将获得额外的分数.

### 问题描述

考虑如下最优资产组合问题. 投资者的初始财富为  $w$ , 效用函数为

$$u(w) = \ln(w)$$

投资者将财富分配到两类资产上.

- 无风险资产 (如国债). 为简化计算, 其投资回报率记为零.
- 风险资产 (如股票). 假设该风险资产的回报  $R$  只有两个可能的结果:  $R_1 > 0$  和  $R_0 < 0$ . 其中  $R$  取值为  $R_1$  的概率为  $q$ , 取值  $R_0$  的概率为  $1 - q$ .

假设风险资产的预期回报是正的:  $qR_1 + (1 - q)R_0 > 0$ . 设  $A$  为最优资产组合中投资于风险资产的金额.

1. 写出  $A$  作为  $w$  的函数, 并回答如下问题: 当投资者的财富增加时, 他会将更多还是更少的财富投入风险资产?
2. 另一位投资者的效用函数为  $u(x) = -e^{-x}$ . 她在风险资产上的投资如何随财富变化? (提示: 使用隐函数求导法则)
3. 找出两位投资者的绝对风险规避系数  $r(x) = -u''(x)/u'(x)$ . 它们如何随财富的变化而变化? 你能否依此来解释你在前两问中答案的差异?