

作业一

1. 完成“期望效用”讲义最后的练习: Ellsberg 悖论.
2. 完成“vNM 公理化模型”讲义最后的练习: Allais 悖论.
3. 完成“vNM 公理化模型”讲义中, vNM 定理 (2) \Rightarrow (1) 的部分.
4. 完成“货币偏好和风险规避”讲义中, 关于绝对风险规避的验证部分:
 - 记张三和李四的效用函数分别为 u 和 v . 若存在递增的严格凹函数 g 使得 $v(x) = g(u(x))$, 则此时李四的绝对风险规避永远高于张三.
5. 下面是 DeepSeek 于 2025-02-01, 对提示词“请用中文给出关于 vNM 期望效用理论的介绍”给出的回复, 请对照讲义“vNM 公理化模型”, 挑出其中三处错误或不完善之处.

vNM 期望效用理论 (von Neumann-Morgenstern Expected Utility Theory) 是由数学家约翰·冯·诺依曼 (John von Neumann) 和经济学家奥斯卡·摩根斯坦 (Oskar Morgenstern) 在 20 世纪 40 年代提出的一种决策理论框架。该理论旨在描述理性个体在面临不确定性时如何做出选择, 并为经济学、金融学、心理学等领域提供了重要的分析工具。

核心思想 vNM 期望效用理论的核心思想是: 当个体面临不确定的选择 (例如赌博或投资) 时, 他们会根据每个可能结果的效用及其发生的概率, 计算出一个“期望效用”, 并选择期望效用最高的选项。换句话说, 理性决策者会最大化其期望效用, 而不是简单地追求最大化的期望收益。

基本假设 vNM 期望效用理论建立在以下假设基础上:

- 完备性 (Completeness). 决策者能够对任何两个选项进行比较, 要么偏好其中一个, 要么对两者无差异。
- 传递性 (Transitivity). 如果决策者偏好选项 A 胜过 B, 且偏好 B 胜过 C, 那么他们必然偏好 A 胜过 C。
- 连续性 (Continuity). 如果决策者偏好 A 胜过 B, 且偏好 B 胜过 C, 那么存在一个概率 p , 使得决策者对 B 与一个以概率 p 获得 A、以概率 $1-p$ 获得 C 的彩票无差异。
- 独立性 (Independence) 决策者对两个选项的偏好不受其他无关选项的影响。例如, 如果 A 比 B 更受偏好, 那么一个以概率 p 获得 A、以概率 $1-p$ 获得 C 的彩票, 也会比一个以概率 p 获得 B、以概率 $1-p$ 获得 C 的彩票更受偏好。

效用函数 根据 vNM 理论, 决策者的偏好可以通过一个效用函数来表示。效用函数为每个可能的结果分配一个数值, 决策者通过计算期望效用来比较不同的选择。期望效用的计算公式为:

$$EU = \sum_i p_i U(x_i)$$

风险态度 vNM 理论还揭示了决策者的风险态度, 这可以通过效用函数的形状来反映:

- 风险中性 (Risk Neutral): 效用函数是线性的, 决策者只关注期望收益。
- 风险规避 (Risk Averse): 效用函数是凹的, 决策者倾向于规避风险。
- 风险偏好 (Risk Seeking): 效用函数是凸的, 决策者倾向于追求风险。